Dati i punti $A(1;5)$, $B(5;-3)$ e $r: 2x+3y-5=0$ si determini un punto C su r equidistante da A e B. Si determini poi il punto D in modo che il quadrilatero ABCD sia un parallelogramma. Infine si trovi l'area di ABCD $\Rightarrow$ SVOLGIMENTO: << PAG. 1 di 1 >>

$r: y = \boxed{-\frac{2}{3}}x + \frac{5}{3} \Rightarrow m = -\frac{2}{3} = -0,6$

DA r, si ricavano le seguenti: $\begin{cases} 3y = 5-2x \Rightarrow y = \frac{5-2x}{3} \\ 2x = 5-3y \Rightarrow x = \frac{5-3y}{2} \end{cases} \Rightarrow$ un generico P di r, sarà:

$P\left(x; \frac{5-2x}{3}\right)$ - Poi dalla formula della distanza di un punto P da r $\Rightarrow$

$\left[D = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \quad (\text{Pitagora})\right]$, troviamo D tra C e A e poi tra C e B imponendo che AC = AB per trovare l'equidistanza $\Rightarrow$

$$\sqrt{(x-1)^2+\left(\frac{5-2x}{3}-5\right)^2} = \sqrt{(x-5)^2+\left(\frac{5-2x}{3}+3\right)^2}$$ elevando al quadrato ambo i membri e riordinando:

$$(x-1)^2+\left(\frac{5-2x}{3}-5\right)^2 = (x-5)^2+\left(\frac{5-2x}{3}+3\right)^2 \Rightarrow$$ riduco il 1° membro

$$x^2-2x+1+\frac{(5-2x)^2}{9}-\frac{10(5-2x)}{3}+25 = 9x^2-18x+9+25-20x+4x^2-150+60x+225 =$$

$= 13x^2+22x+109$, e quindi il II membro $\Rightarrow x^2-10x+25+\frac{(5-2x)^2}{9}+\frac{6(5-2x)}{3}+9 =$

$= 9x^2-90x+225+25-20x+4x^2+90-36x+81 = 13x^2-146x+421$, da cui:

$$\cancel{13x^2}+22x+109 = \cancel{13x^2}-146x+421 \Rightarrow 168x = 312 \Rightarrow x = \frac{312}{168} = \frac{13}{7}$$

Quindi $y = \frac{5-2\cdot\frac{13}{7}}{3} = \frac{35-26}{7}\cdot\frac{1}{3} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$ ($\approx 0,42$)

Ossia $C = \left(\frac{13}{7}; \frac{3}{7}\right)$ ($1,85$) -

Affinché si abbia un  i lati opposti devono essere uguali con stesso coefficiente angolare $m \Rightarrow$

DALLA $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \Rightarrow \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1} \Rightarrow y-y_1 = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}\cdot (y_2-y_1) \Rightarrow y-y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\cdot(x-x_1) \Rightarrow$

$\Rightarrow y-y_1 = \underbrace{\frac{\Delta y}{\Delta x}}_{m}\cdot(x-x_1) \Rightarrow y-y_1 = m(x-x_1) \Rightarrow m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x}$; $\left\{\begin{array}{l}\text{pertanto } m \text{ di } AC \\ = m \text{ di } DB \text{ e} \\ m \text{ di } CB = m \text{ di } AD\end{array}\right\}$

$$\Rightarrow m_{AC} = \frac{y_a-y_c}{x_a-x_c} = \frac{5-\frac{3}{7}}{1-\frac{13}{7}} = \frac{\frac{35-3}{7}}{\frac{7-13}{7}} = \frac{32}{\cancel{7}}\cdot\frac{\cancel{7}}{-6} = -\frac{16}{3} \Rightarrow y = \boxed{-\frac{16}{3}}x+q$$

$m = m$ di DB $\Rightarrow$

Traccio ora con 1 punto + m la retta DB $\Rightarrow y = -\frac{16}{3}x+q$ per $B(5;-3) \Rightarrow -3 = -\frac{16}{3}\cdot 5+q \Rightarrow$

$-9 = -80+3q \Rightarrow -3q = -80+9 \Rightarrow q = \frac{71}{3} \Rightarrow y = \boxed{-\frac{16}{3}}x+\frac{71}{3} \Rightarrow 3y = -16x+71 \Rightarrow$

$16x+3y-71=0$ - Adesso cerco $m_{CB} = m_{AD} \Rightarrow m_{CB} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{y_B-y_C}{x_B-x_C} = \frac{-3-\frac{3}{7}}{5-\frac{13}{7}} = -\frac{24}{\cancel{7}}\cdot\frac{\cancel{7}}{22} =$

$= -\frac{12}{11} \Rightarrow y = \boxed{-\frac{12}{11}}x+q$, che fatto passare per $A(1;5)$, diventa $\Rightarrow 5 = -\frac{12}{11}x+q \Rightarrow$

$55+12 = 11q \Rightarrow 11q = 67 \Rightarrow q = \frac{67}{11} \Rightarrow y = \boxed{-\frac{12}{11}}x+\frac{67}{11} \Rightarrow 11y = -12x+67 \Rightarrow AD:$

$: 11y+12x-67=0$ - Ora basterà fare il sistema tra la retta DB e la retta AD per trovare il punto (D) $\Rightarrow \begin{cases} 16x+3y-71=0 \; (DB) \\ 11y+12x-67=0 \; (AD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = (71-16x)/3 \\ 11\cdot\left(\frac{71-16x}{3}\right)+12x-67=0 \end{cases} \Rightarrow$ BY FABRIZIOMAX SEGUE $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \left(71 - 16\cdot \frac{29}{7}\right)/3 \\ 36x + 11(71-16x) - 201 = 0 \end{cases} \begin{cases} y = \frac{497-464}{7}\cdot\frac{1}{3} = \frac{33}{21} = \frac{11}{7} \\ 36x + 781 - 176x - 201 = 0 \end{cases} \begin{cases} 140x = 580 \Rightarrow x = \frac{58}{14} = \frac{29}{7} \end{cases}$$

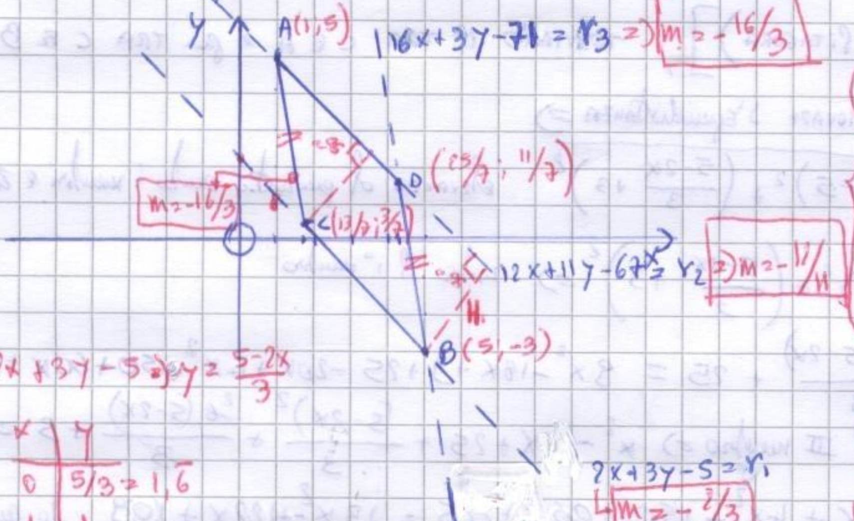
$4{,}14 \quad 1{,}57$

Pertanto $D\left(\frac{29}{7} ; \frac{11}{7}\right)$

Trovo l'area di ABCD ⇒ poiché $S = b\cdot h$ ⇒ trovo BC con la formula della distanza tra 2 punti ⇒ $D(P_1,P_2) = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \Rightarrow D(C,B) = \sqrt{\left(5-\frac{13}{7}\right)^2+\left(-3-\frac{3}{7}\right)^2} =$

$$= \sqrt{\left(\frac{22}{7}\right)^2+\left(-\frac{24}{7}\right)^2} = \sqrt{\frac{484}{49}+\frac{576}{49}} = \sqrt{\frac{1060}{49}} = \frac{\sqrt{1060}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{1060}}{7}$$

⇒ ossia la base AD = CB del nostro parallelogramma!



$y' \Rightarrow 2x+3y-5 \Rightarrow y = \frac{5-2x}{3}$

x	y
0	5/3 = 1,6
1	1

NOTA BENE! Usando la formula della distanza da un punto P ad una generica retta r ⇒

$$d = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

⇒ abbiamo!

Casi possibili!

- Distanza di B dalla retta AD (r_2)
- Distanza di C dalla retta AD (r_2)
- Distanza di A dalla retta r
- Distanza di D dalla retta r

Escludo queste 2 possibilità in quanto m di $r = -2/3$ è $\neq$ da $m_{CB} = -12/11$!

La cosa è strana ⇒ non vorrei fosse un errore nella formulazione del problema! ⇒

<< tra C e AD >> ⇒

$$H = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|11y+12x-67|}{\sqrt{11^2+12^2}} =$$

$$= \frac{\left|11\cdot\frac{3}{7}+12\cdot\frac{13}{7}-67\right|}{\sqrt{265}} = \frac{|33+156-469|}{\sqrt{265}} =$$

$$= \frac{\left|-280/7\right|}{\sqrt{265}} = \frac{40}{\sqrt{265}} = +2{,}45$$

oppure: $H = (\text{tra } B \text{ e } AD) = \frac{|11y+12x-67|}{\sqrt{11^2+12^2}} =$

$$= \frac{|12\cdot 5+11\cdot -3-67|}{\sqrt{265}} = \frac{|60-33-67|}{\sqrt{265}} = \frac{40}{\sqrt{265}} = +2{,}45$$

La superficie, pertanto, sarà pari a $B\cdot H = \frac{\sqrt{1060}}{7}\cdot\frac{40}{\sqrt{265}} = \frac{\sqrt{1060}\cdot\sqrt{400}\cdot\sqrt{400}}{7\cdot\sqrt{265}} =$

$$= \frac{40\cdot 2\sqrt{265}}{7\cdot\sqrt{265}} = 80/7 = 11{,}42$$

By [signature]

Copyright